

## Analysis I (Lehramt)

### 23. Übungsblatt, Wintersemester 2008/09

**Aufgabe 113** *Hausaufgabe bis Dienstag, 20.1. 2009 (2 Punkte)*

Beweisen Sie mit Hilfe des Mittelwertsatzes:  $e^x \geq 1 + x$  für alle  $x \in \mathbb{R}$  (vgl. Aufgabe 102)

**Aufgabe 114** *Hausaufgabe bis Dienstag, 20.1. 2009 (2 Punkte)*

Zeigen Sie, dass für alle  $x > -1$  und alle  $a > 1$  die folgende Ungleichung gilt:

$$(1 + x)^a \geq 1 + ax$$

**Aufgabe 115** *Hausaufgabe bis Dienstag, 20.1. 2009 (2 Punkte)*

Gegeben sei die Funktion  $f : [0, 3\pi] \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) := 3x + \cos(\sin 2x)$ . Bestimmen Sie alle Extrema von  $f$ .

**Aufgabe 116** *Hausaufgabe bis Dienstag, 20.1. 2009 (2 Punkte)*

Gegeben sei eine differenzierbare Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Zeigen oder widerlegen Sie:

- a) Ist  $f' > 0$ , so ist  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ .                      b) Ist  $f' \geq 1$ , so ist  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ .  
c) Ist  $f$  streng monoton wachsend, so ist  $f' > 0$ .

**Aufgabe 117** *Hausaufgabe bis Donnerstag, 22.1. 2009 (!)(2 Punkte)*

Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) := [x] + \sqrt{x - [x]}$ .

- a) Zeigen Sie, dass  $f$  streng monoton wachsend und stetig ist.  
b) Skizzieren Sie den Graphen von  $f$ .  
c) Bestimmen Sie die Umkehrfunktion von  $f$ .