

## Analysis I (Lehramt)

### 24. Übungsblatt, Wintersemester 2008/09

#### **Aufgabe 118** *Präsenzaufgabe für Dienstag, den 20.1.2009*

Gegeben sei die Funktion  $f : [-1, 1] \rightarrow [-e, \frac{1}{e}]$  mit  $f(x) := xe^{-x}$ .

- Zeigen Sie, dass  $f$  bijektiv ist.
- Berechnen Sie  $(f^{-1})'(0)$ .

#### **Aufgabe 119** *Hausaufgabe bis Donnerstag, 22.1. 2009 (2 Punkte)*

Gegeben sei die Funktion  $f : [-1, 1] \setminus \{0\} \rightarrow (-1, 1]$  mit

$$f(x) := \begin{cases} -x - 1 & \text{für } x < 0 \\ x & \text{für } x > 0 \end{cases}.$$

- Zeigen Sie, dass  $f$  differenzierbar und bijektiv ist.
- Bestimmen Sie die Umkehrfunktion  $f^{-1}$  und zeigen Sie, dass  $f^{-1}$  unstetig ist.
- Warum sind Satz 4.3.17 und Satz 5.2.11 nicht anwendbar?

#### **Aufgabe 120** *Hausaufgabe bis Donnerstag, 22.1. 2009 (2 Punkte)*

Gegeben sei die Kosinusfunktion  $\cos : [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$ . Zeigen Sie:

- $\cos$  ist streng monoton fallend auf dem Intervall  $[0, \pi]$  und die Umkehrfunktion  $\arccos : [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$  existiert.
- $\arccos$  ist differenzierbar auf  $(-1, 1)$  mit  $\arccos'(y) = \frac{-1}{\sqrt{1-y^2}}$ .
- Finden Sie eine (möglichst einfache) Beziehung zwischen  $\arcsin x$  und  $\arccos x$ .