

Analysis I (Lehramt)

25. Übungsblatt, Wintersemester 2008/09

Aufgabe 121 *Zusatzaufgabe ohne Abgabe*

Für $n \in \mathbb{N}_0$ betrachten wir das Polynom T_n mit

$$T_n(x) := \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!}.$$

- a) Zeigen Sie: Für $x > 0$ gilt $e^x > T_n(x)$.
- b) Zeigen Sie: Für $x < 0$ gilt $T_{2n+1}(x) < e^x < T_{2n}(x)$.

Aufgabe 122 *Hausaufgabe bis Dienstag, 20.1. 2009 (2 Punkte)*

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = (x^3 - 2x^2 + 2x - 2)e^x$. Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Extrema sowie die Wendepunkte von f und skizzieren Sie den Graphen von f . Wieviele Nullstellen hat f ?

(Hinweis: Sie dürfen $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ ohne Begründung benutzen.)

Aufgabe 123 *Hausaufgabe bis Dienstag, 20.1. 2009 (2 Punkte)*

Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Extrema der Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) := \sin(x) + \frac{1}{2} \sin(2x).$$

Aufgabe 124 *Hausaufgabe bis Dienstag, 20.1. 2009 (2 Punkte)*

Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Konvexität:

a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := (x^2 + 2x + 6 + \sin x)e^x$

b) $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := \begin{cases} x^2 & x \in (0, 1] \\ 1 & x = 0 \end{cases}$