

Analysis I (Lehramt)

27. Übungsblatt, Wintersemester 2008/09

Aufgabe 129 *Präsenzaufgabe für Donnerstag, 29.1. 2009*

Gegeben sei die Funktion $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := x^2$. Für $n \in \mathbb{N}$ sei Z_n die Zerlegung des Intervalls $[0, 1]$ mit $Z_n := \left\{ \sqrt{\frac{k}{n}} : k = 0, 1, \dots, n \right\}$.

- Skizzieren Sie die Funktion f mit ihrer Untersumme zu den Zerlegungen Z_2 und Z_4 .
- Geben Sie eine Formel für die Untersumme $U_{Z_n}(f)$ an.
- Berechnen Sie $\|Z_n\|$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} \|Z_n\|$.

Aufgabe 130 *Hausaufgabe bis Dienstag, 3.2. 2009*

Gegeben sei die Funktion $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := x^2$. Für $n \in \mathbb{N}$ sei $Z_n := \left\{ \frac{k}{n} : k = 0, 1, \dots, n \right\}$ die äquidistante Zerlegung des Intervalls $[0, 1]$ in n Teilintervalle.

- Skizzieren Sie die Funktion f sowie ihre Unter- und Obersumme zu den Zerlegungen Z_2, Z_3, Z_4 und Z_8 .
- Berechnen Sie die Unter- und Obersumme $U_{Z_n}(f)$ bzw. $O_{Z_n}(f)$.
- Existieren die Grenzwerte $\lim_{n \rightarrow \infty} U_{Z_n}(f)$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} O_{Z_n}(f)$?
- Berechnen Sie $\|Z_n\|$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} \|Z_n\|$.

Aufgabe 131 *Hausaufgabe bis Dienstag, 3.2. 2009*

Gegeben sei die Funktion $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := x^2$. Für $n \in \mathbb{N}$ sei Z_n die Zerlegung des Intervalls $[0, 1]$ mit $Z_n := \{0\} \cup \left\{ \frac{1}{k} : k = 1, \dots, n \right\}$.

- Skizzieren Sie die Funktion f sowie ihre Unter- und Obersumme zu den Zerlegungen Z_2, Z_3 und Z_4 .
- Berechnen Sie $\|Z_n\|$.

Aufgabe 132 *Hausaufgabe bis Dienstag, 3.2. 2009*

Gegeben sei die Funktion $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ 1 & , x \geq 0 \end{cases}$.

Zeigen Sie, dass f integrierbar ist, aber keine Stammfunktion besitzt.