

## 5. Übungsblatt zu Analysis III

### WS 2008/09, 10.11.2008

**Aufgabe 18** Es seien  $Z_1 = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 < 1\}$  und  $Z_2 = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : y^2 + z^2 < 1\}$  zwei Zylinder. Berechnen Sie das Volumen von  $Z = Z_1 \cap Z_2$ . (Hinweis: Der Schnitt von  $Z$  mit der Ebene  $\{(x, y_0, z) : y_0 \in (-1, 1) \text{ fest}\}$  ist ein Quadrat. Benutzen Sie nun das Prinzip von Cavalieri.)

**Aufgabe 19** Es sei  $G = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 : |y| < 4 - x^2 \text{ mit } -2 < x < 2\}$ .

- a) Skizzieren Sie  $G$ .
- b) Das *Zelt*  $K \subset \mathbb{R}^3$  entsteht aus  $G$ , in dem man für jedes  $-2 < x < 2$  die Punkte  $(x, 4 - x^2, 0)$ ,  $(x, -4 + x^2, 0)$  und  $(x, 0, 1)$  durch ein gleichschenkliges Dreieck verbinde. Berechnen Sie das Volumen von  $K$ .

**Aufgabe 20** Es sei  $G$  das von den Geraden

$$2x + 3y = 1, \quad 2x + 3y = 3, \quad x - 2y = 2 \text{ und } x - 2y = -2$$

berandete Parallelogramm.

- a) Skizzieren Sie  $G$ .
- b) Bestimmen Sie eine (lineare) Transformation  $\Phi : G \rightarrow [1, 3] \times [-2, 2]$ .
- c) Berechnen Sie  $\int_G 7d(x, y)$ .

**Aufgabe 21** Es sei  $f(x, y) = xy$  und  $G$  das beschränkte Gebiet im 1. Quadranten, das von den Kurven

$$y = 2x^3, \quad y = 3x^3, \quad y = \sqrt{x} \text{ und } y = 2\sqrt{x}$$

berandet ist.

- a) Skizzieren Sie  $G$ .
- b) Bestimmen Sie eine Transformation  $\Phi : G \rightarrow [2, 3] \times [1, 2]$ . (Hinweis: Betrachten Sie die Kurvenscharen  $y = ux^3$  und  $y = v\sqrt{x}$ .)
- c) Berechnen Sie  $\int_G f(x, y)d(x, y)$ .

**Abgabe:** In den Übungen.

Informationen zur Vorlesung finden Sie auch unter:  
[www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/uebungen/ana/ws0809](http://www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/uebungen/ana/ws0809)