Prof. Dr. Norbert Steinmetz
Fakultät für Mathematik
Technische Universität Dortmund

14. Übungsblatt zu Analysis III
WS 2008/09, 26.1.2009

Aufgabe 48 Das System

$$x' = \frac{-x}{t(t^2+1)} + \frac{y}{t^2(t^2+1)}$$

$$y' = \frac{-t^2 x}{t^2+1} + \frac{(2t^2+1)y}{t(t^2+1)}$$

hat die spezielle Lösung $\begin{pmatrix} 1 \\ t \end{pmatrix}$; bestimmen Sie eine davon linear unabhängige.

Aufgabe 49 Lösungen von $u'' + a_1 u' + a_0 u = 0$ findet man mit dem Ansatz $u(t) = e^{\lambda t}$. Führen Sie dies durch für

$$\text{(i)} \quad u'' + u' - u = 0 \quad \text{(ii)} \quad u'' - u' + u = 0 \quad \text{(iii)} \quad u'' - 2u' + u = 0$$

und interpretieren Sie die Ergebnisse.

Aufgabe 50 Bestimmen Sie ein [das kanonische] Fundamentalsystem von

$$\text{(i)} \quad \mathbf{x}' = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 3 & -6 & 5 \\ 4 & -8 & 7 \end{pmatrix} \mathbf{x} \quad \text{und} \quad \text{(ii)} \quad \mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{x}$$

mit einer Methode Ihrer Wahl.

Aufgabe 51 Die Eulersche Differentialgleichung

$$t^2 u'' + a_1 t u' + a_0 u = 0$$

(allgemeiner $t^n u^{(n)} + a_{n-1} t^{n-1} u^{(n-1)} + \cdots + a_1 t u' + a_0 u = 0$) lässt sich mittels der Substitution $t = e^s$, $u(t) = v(s)$ in eine Differentialgleichung

$$v'' + b_1 v' + b_0 v = 0$$

(allgemeiner $v^{(n)} + b_{n-1} v^{(n-1)} + \cdots + b_1 v' + b_0 v = 0$) überführen. Führen Sie dies durch für

$$\text{(i)} \quad t^2 u'' + t u' + u = 0 \quad \text{(ii)} \quad t^2 u'' - t u' + u = 0 \quad \text{(iii)} \quad t^2 u'' - 2t u' + u = 0$$

und lösen Sie so (oder mit dem Ansatz $u(t) = t^\lambda$) diese Differentialgleichungen.

Abgabe: In den Übungen am 2./3. Februar 2009
Informationen zur Vorlesung finden Sie auch unter:
`www.mathematik.tu-dortmund.de/lsix/uebungen/ana/ws0809`