Prof. Dr. L. Schwachhöfer
Dr. F. Klinker

WS 2008/2009

Übungsblatt 1 zur Vorlesung Lineare Algebra 1

Aufgabe 1:

Es seien P, Q und R Aussagen. Beweisen Sie mit Hilfe von Wahrheitswerttabellen, dass es sich bei den folgenden Aussagen um Tautologien (also stets wahre Aussagen) handelt.

a) $(P \vee Q) \Leftrightarrow \neg(\neg P \wedge \neg Q)$

b) $((P \wedge Q) \Rightarrow R) \Leftrightarrow (\neg R \Rightarrow (\neg P \vee \neg Q))$

Aufgabe 2:

Es seien A, B und C Mengen. Zeigen Sie:

a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$,

b) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$,

c) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$,

d) $A \times B \subset B \times A \Rightarrow A = B$.

Es sei $A \subset M$ und das Komplement von A in M sei definiert durch $A^c := \{x \big| x \in M \wedge \neg(x \in A)\}$.

e) Zeigen Sie $(A^c)^c = A$,

f) $(A \setminus B) \setminus (B \setminus A)^c = ?$

Es sei $\mathcal{M} = \{M_\alpha \big| \alpha \in I\}$ ein System von Mengen mit beliebiger Indexmenge I.

g) Geben Sie mit Hilfe des Existenz-, und Allquantors geeignete formale Definitionen für die Systeme von Mengen $\bigcap \mathcal{M}$ und $\bigcup \mathcal{M}$

h) Zeigen Sie: $A \cup (\bigcap \mathcal{M}) = \bigcap \{M_\alpha \cup A \big| M_\alpha \in \mathcal{M}\}$

Aufgabe 3:

Es seien M und N Mengen, $f : M \to N$ eine Abbildung und $A, B \subset M$. Zeigen oder widerlegen Sie:

a) $f(A) \cup f(B) = f(A \cup B)$,

b) $f(A) \cap f(B) = f(A \cap B)$.

Aufgabe 4:

Es seien $f : A \to B$ und $g : B \to A$ Abbildungen mit $f \circ g = \mathrm{id}_B$. Bestimmen Sie den Wahrheitsgehalt der Folgerungen a) bis d).

a) f ist injektiv.

b) f ist surjektiv.

c) g ist injektiv.

d) g ist surjektiv.