Fakultät Mathematik
Prof. Dr. S. Turek

8. Aufgabenblatt zur Numerik 1

Abgabe: 10.12.2005, 18.00 Uhr in die Kästen im Foyer

Aufgabe 1 *Nevillesche Darstellung des Interpolationspolynoms*

a) Bestimmen Sie das Interpolationspolynom p zu den Stützpunkten

i	0	1	2	3
x_i	0	1	3	4
f_i	1	3	2	4

in Nevillescher Darstellung und berechnen Sie p(7).

b) Fügen Sie der obigen Tabelle den Stützpunkt $(x_4, f_4) = (6, 6)$ hinzu, und lösen Sie Aufgabe a) mit der so erweiterten Tabelle.

Aufgabe 2 *Polynomauswertung mit dem Horner-Schema*

Berechnen Sie mit Hilfe des Horner-Schemas den Wert der Ableitung $f'(2)$ der Funktion

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)} = \frac{-2x^5 + 7x^4 - 3x^3 - 8x^2 + 5x - 1}{-2x^5 + 6x^4 - 10x^2 + 6x - 2} \ .$$

Aufgabe 3 *Newton-Darstellung des Interpolationspolynoms*

Von einem Polynom p seien folgende Werte bekannt:

x_i	-2	-1	0	1	2	3
$p(x_i)$	-5	1	1	1	7	25

Welchen Grad hat p mindestens? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe der Newtonschen Darstellung des Interpolationspolynoms.

Aufgabe 4* *Fehlerabschätzung zur Polynominterpolation*

Von der Funktion $f : [0, \pi] \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \int_0^x \sin^2(t)\, dt$ soll eine Wertetabelle erstellt werden. Zur Ermittlung eines Näherungswertes für $f(x)$, $x \in [0, \pi]$, wird dann jeweils ein geeignetes kubisches Langrange-Interpolationspolynom $p \in P_3$ mit Stützwerten aus dieser Tabelle berechnet und in x ausgewertet.
Wieviele äquidistante Stützstellen sind notwendig, damit der Interpolationsfehler höchstens $3 \cdot 10^{-9}$ beträgt?

`Mit *Bonusaufgaben kann man Punkte über 100% hinaus erwerben.` bitte wenden →

Abgabe der bearbeiteten Programmieraufgaben:
Schicken Sie den kommentierten Quelltext zusammen mit den ausgewerteten Ergebnissen per e-mail an Raphael.Muenster@math.uni-dortmund.de. Geben Sie dabei Name und Matrikelnummer der Gruppenmitglieder sowie die Übungsgruppe an.

Aufgabe P.1

Man berechne die Lagrangeschen Interpolationspolynome (in einer beliebigen Darstellung) der Funktionen

$$f(x) = |x|^{1/2}, \quad -1 \le x \le 1$$

und

$$g(x) = (1 + 25x^2)^{-1}, \quad -1 \le x \le 1$$

jeweils auf dem Intervall $[-1, 1]$ mit äquidistant verteilten Stützstellen x_j und Schrittweiten $h = 2^{-i} \quad (i = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots)$.

a) Man stelle die berechneten Interpolationspolynome – mit Hilfe von `plot` – grafisch dar und vergleiche die Polynomgraphen mit den richtigen Funktionsverläufen.

a) Man werte die Polynome in den "Zwischenstellen" $\widetilde{x}_j = \frac{x_j + x_{j+1}}{2}$ aus und berechne jeweils den maximalen Fehler.