Fakultät Mathematik
Prof. Dr. S. Turek

10. Aufgabenblatt zur Numerik 1

Abgabe: 07.01.2009, 18.00 Uhr in die Kästen im Foyer

Aufgabe 1 *Splinefunktionen*

Es sei S_0 der Raum aller kubischen natürlichen Splinefunktionen zu den Stützstellen $x_0 = 0,\ x_1 = 1,\ x_2 = 2$. Zeigen oder wiederlegen Sie, welche der folgenden Funktionen aus S_0 sind:

i) $f(x) = x^3 - x^2$,

ii) $f(x) = x^2(x-6) - (x-2)^3$,

iii) $f(x) = \max\{0, (x-1)^3\} - 1/2x^3$.

Aufgabe 2 *Spline-Interpolation*

Es sei S_0 der Raum aller kubischen natürlichen Splinefunktionen zu den Stützstellen $x_0 = 0,\ x_1 = 1,\ x_2 = 2$.

a) Bestimmen Sie den interpolierenden Spline $s_2 \in S_0$ zu $f(x) = x^3$.

b) Wie lautet das Ergebnis, wenn die natürlichen Randbedingungen durch $s_2''(x_0) = f''(x_0), s_2''(x_2) = f''(x_2)$ ersetzt werden?

Aufgabe 3 *Spline-Interpolation einer stückweise linearen Funktion*

Es soll die Funktion $f(x) = |x|$ auf dem äquidistant unterteilten Intervall $[-1, 1]$ im Raum der kubischen natürlichen Splinefunktionen interpoliert werden.

a) Bestimmen die den interpolierenden Spline bei Verwendung der Stützstellen $x_0 = -1,\ x_1 = 0,\ x_2 = 1$.

b) Bestimmen die den interpolierenden Spline bei Verwendung der Stützstellen $x_0 = -1,\ x_1 = -0.5,\ x_2 = 0,\ x_3 = 0.5,\ x_4 = 1$.

c) Wie lautet das Ergebnis in a) und b), wenn wir stattdessen lineare natürliche Splinefunktionen verwenden?

`Frohe Weihnachten!`

bitte wenden →

Abgabe der bearbeiteten Programmieraufgaben:
Schicken Sie den kommentierten Quelltext zusammen mit den ausgewerteten Ergebnissen per e-mail an Raphael.Muenster@math.uni-dortmund.de. Geben Sie dabei Name und Matrikelnummer der Gruppenmitglieder sowie die Übungsgruppe an.

Aufgabe P.1

Implementieren Sie die Interpolation mittels kubischen natürlichen Splinefunktionen zu äquidistant verteilten Stützstellen. Lösen Sie die dabei auftretenden linearen Probleme mittels des Gauss-Verfahrens oder benutzen Sie alternativ den spezielen Algorithmus aus der Vorlesung für lineare, tridiagonale Gleichungssysteme.

Testen Sie Ihr Programm an den Funktionen

$$f(x) = |x|^{1/2}, \quad -1 \le x \le 1$$

und

$$g(x) = (1 + 25x^2)^{-1}, \quad -1 \le x \le 1$$

jeweils auf dem Intervall $[-1, 1]$ mit Schrittweiten $h = 2^{-i} \quad (i = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots)$.
Man stelle die berechneten Splines grafisch dar und vergleiche mit den richtigen Funktionsverläufen.