

11. Aufgabenblatt zur Numerik 1

Abgabe: 14.01.2009, 18.00 Uhr in die Kästen im Foyer

Aufgabe 1 L^p Norm

Man rechne die Norm-Eigenschaften für die sog. L^p -Norm nach, die wie folgt für Funktionen $f \in C[a, b]$ definiert ist:

$$\|f\|_p := \left(\int_a^b |f|^p dx \right)^{1/p}$$

Aufgabe 2 $(\cdot, \cdot)_\omega$ Skalarprodukt

Man zeige, dass mit

$$(f, g)_\omega := \int_{-1}^1 f(x)g(x)\omega(x)dx \quad \omega(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

ein Skalarprodukt auf dem Vektorraum $C[a, b]$ definiert ist.

Aufgabe 3 Legendre-Polynome

Die Legendre-Polynome $L_n \in P_n$ können in folgender Form dargestellt werden:

$$L_n(x) = \frac{n!}{(2n)!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n \quad n = 0, 1, \dots$$

Man rechne die Orthogonalität der Polynome bzgl. des Skalarprodukts $(f, g) = \int_{-1}^1 f(x)g(x)$ nach.

Aufgabe 4* Bestapproximation

Gegeben sei $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \cos \pi x$. Berechnen Sie die Bestapproximation in den Polynomräumen P_0, P_1, P_2 bzgl. der L^2 -Norm (Gauß-Approximation). Vergleichen Sie die L^2 -Norm und die Maximumsnorm der Fehler.

APRES π PARTY
Der Fachschaft Mathematik

Mittwoch, 14.01.2009
Kaktusfarm
Einlass: 20.00 Uhr

VVK: 3 €
(Mathtower,
9. Etage,
FS Mathe)

AK: 4 €

Softdrinks / Bier: 1 €
Longdrinks / Bowle: 2 €