

Bonusübungsblatt zur Numerik 1

Abgabe: 04.02.2009, 18.00 Uhr in die Kästen im Foyer

Aufgabe 1* *Gauß-Quadratur stetiger Funktionen*

Bestimmen Sie Näherungen für folgende Integrale mit Hilfe einer Gaußschen Quadraturformel, so daß der Quadraturfehler geringer als $1/1000$ ist:

$$\int_0^1 \cosh x \, dx , \quad \int_2^3 \frac{1}{x} \, dx .$$

Aufgabe 2* *2-dimensionale Integration*

Gegeben sei $Q = [-1, 1] \times [-1, 1]$. Zur näherungsweise Berechnung von

$$I(f) = \int_Q f(x, y) \, dx \, dy , \quad f \in C(Q) ,$$

soll die Quadraturformel

$$I_n(f) = f(-\sqrt{1/3}, -\sqrt{1/3}) + f(\sqrt{1/3}, -\sqrt{1/3}) + f(\sqrt{1/3}, \sqrt{1/3}) + f(-\sqrt{1/3}, \sqrt{1/3})$$

verwendet werden. Beweisen Sie, daß alle Funktionen der Form $f(x, y) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{i,j} x^i y^j$ mit $a_{i,j} \in \mathbb{R}$ bei Anwendung dieser Formel exakt integriert werden.

Hinweis: Die Aufgaben werden nicht mehr in den Übungen besprochen, die Musterlösung wird im Internet veröffentlicht.