Dr.(USA) M. Charina
Dipl.-Wirt.-Math. Tobias Springer

Fakultät für Mathematik
TU Dortmund

Matlab-Tutorium zur Numerik 1 (WS 09/10)
Einheit 5

Aufgabe 1 (Lagrange-Polynome zu Tschebyscheff-Knoten)

(i) Schreiben Sie eine Funktion `x=giveKnots(n,typ)`, die Ihnen einen Stützstellenvektor mit $(n+1)$ Elementen aus $I=[-1,1]$ liefert. Wird für die Variable `typ` der String `'cheb'` übergeben, so soll x die nach

$$\hat{x}_k \quad = \quad \cos\left(\frac{2k+1}{2n+2}\,\pi\right), \qquad k=0,\ldots,n,$$

berechneten Tschebyscheff-Knoten beinhalten. Wird für `typ` der String `'equi'` eingegeben, so soll x äquidistant verteilte Knoten enthalten. In diesem Fall kann der Befehl `linspace` verwendet werden.
Hinweis: Verwenden Sie den Befehl `strcmp` *und eine* `if-elseif-else`*-Anweisung um die verschiedenen Varianten zu unterscheiden. Achten Sie darauf, dass der Vektor x die Länge $n+1$ haben muss um in der Notation der Vorlesung zu bleiben, denn:* `x(1)`$= x_0$,...,`x(n+1)`$= x_n$.

(ii) Schreiben Sie eine Funktion `y = lagPolyEval(k,x,z)`, die zum Stützstellenvektor x die Auswertungen des k-ten Lagrange-Grundpolynoms

$$L_k^{(n)}(z) \quad = \quad \prod_{j=1,j\neq k}^{n} \frac{z-x_j}{x_k-x_j}$$

an den Stellen des Vektors z berechnet.
Hinweis: Programmieren Sie das Produkt über eine `for`*-Schleife und fangen Sie den Fall $j=k$ über eine* `if`*-Anweisung ab.*

Aufgabe 2 (Berechnung der Lebesgue-Konstante)

(i) Formulieren Sie ein Skript, dass wahlweise zu $n=5,10,20,40$ zwei Matrizen $Y_c, Y_e \in \mathbb{R}^{n\times 1000}$ anlegt, die in der k-ten Zeile die mit Hilfe von `y = lagPolyEval(k,x,z)` für `z=linspace(-1,1,1000)` berechneten Funktionsauswertungen der Lagrange-Polynome beinhaltet.
Y_c soll dabei die Auswertungen der Lagrange-Polynome auf Basis der Tschebyscheff-Knoten und Y_e die der auf äquidistanten Knoten basierenden Lagrange-Polynome enthalten.

(ii) Zeichnen Sie über `plot(z,Ye)` bzw. `plot(z,Yc)` in zwei verschiedenen Graphiken die Polynome und berechnen Sie jeweils die (diskreten) Lebesgue-Konstanten `Le=max(sum(abs(Ye)))` und `Lc=max(sum(abs(Yc)))`. Vergleichen Sie die Entwicklung dieser beiden Zahlen und der Graphiken bei wachsendem n.